

深い学びを具現する数学教育の創造

－「数と式」領域の指導を通して－

美濃加茂市数学部会 美濃加茂市立東中学校 福地 裕

1. 研究のねらい

今回の学習指導要領の改訂では、中学校数学科の目標を、(1) 知識及び技能、(2) 思考力、判断力、表現力等、(3) 学びに向かう力、人間性等の三つの柱に基づいて示すとともに、それら数学的に考える資質・能力全体を「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して」育成することを目指すとして示された。

また、美濃加茂市の生徒の実態は以下のようなものである。令和3年度全国学力学習状況調査「数と式」領域において次のような問題が出題された。【図2】

二人は、自然数を6つずつに区切った表でも、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和が4の倍数になるかを考えることにしました。そこで、次の図3のような表をつくり、四角で囲んだ4つの数の和について調べました。

図3

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

真菜さんは、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和がどんな数になるかを調べるために、左上の数を n として、右上の数を $n+1$ 、左下の数を $n+6$ 、右下の数を $n+7$ と表し、次のように計算しました。

真菜さんの計算

$$\begin{aligned} & n + (n+1) + (n+6) + (n+7) \\ &= n + n + 1 + n + 6 + n + 7 \\ &= 4n + 14 \\ &= 2(2n+7) \end{aligned}$$

n	$n+1$
$n+6$	$n+7$

2(2n+7)の2n+7は、n+(n+7)と変形することができます。このことから、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和は、左上、右上、左下、右下の数のうち、ある2つの数の和の2倍であることがわかります。

四角で囲んだ4つの数の和は、どの位置にある2つの数の和の2倍ですか。「～」は、……である。」という形で書きなさい。

【図2 R3 全国学力学習状況調査 数学6】 (3) 一部略

この問題の趣旨は、「数学的な結果を事象に即して解釈し、事柄の特徴を数学的に説明することができるかどうかをみる。」ということである。

正答は、「**四角で囲んだ4つの数の和は、左上の数と右下の数の和の2倍である。**」であった。

この問題において、全国的に見ても正答率は低く30.3%にとどまっている。この結果は、岐阜県や美濃加茂市においても同様な値を示していた。全体の7割の生徒が誤った解答や無回答であった。

このような結果から、具体的な事象の中から数量及び数量の関係を文字を用いて式に表現したり、式の意味を読み取ったりすることや、そのよさを味わったりすることなど、「数と式」領域で充実されるべき「深い学び」が不十分であることがわかった。

また、学習指導要領の「数と式」領域の指導の意義の中に次のような記述がある。

「数と式」の内容は、日常生活や社会においていろいろな場面で使われている。

また、中学校数学科の全領域の内容と深い関わりをもつとともに、それらの基礎をなすものとして重要な位置を占めている。

【学習指導要領 P40】

そこで、美濃加茂市数学部会では、「数と式」領域の指導を通して、岐阜県中数研の研究テーマである、「深い学びを具現する数学教育の創造」を目指して取り組んでいきたいと考えた。

さらに、学習指導要領には、以下のような記述がある。

特に「深い学び」の視点に関して、各教科等の学びの深まりの鍵となるのが「見方・考え方」である。各教科等の特質に応じた物事を捉える視点や考え方である「見方・考え方」を、習得・

活用・探究という学びの過程の中で働かせることを通じて、より質の高い深い学びにつなげることが重要である。

【学習指導要領 P163】

よって、「数学的な見方・考え方」が「深い学び」の鍵となることを踏まえ、実践を進めていきたいと考えた。

2. 研究主題・研究仮説

研究主題

深い学びを具現する数学教育の創造
～「数と式」領域の指導を通して～

研究仮説

数学的な見方・考え方を明確にした単元を構想し、各単位時間において、数学的な見方・考え方を働かせるための教材や発問を工夫すれば、深い学びを具現することができ、その学びのよさを実感することができる。

3. 研究内容

- 1 数学的な見方・考え方を明確にした単元構想
- 2 数学的な見方・考え方を働かせるための教材や発問の工夫

4. 研究実践

1 数学的な見方・考え方を明確にした単元構想

(1) 学習内容の系統性の明確化

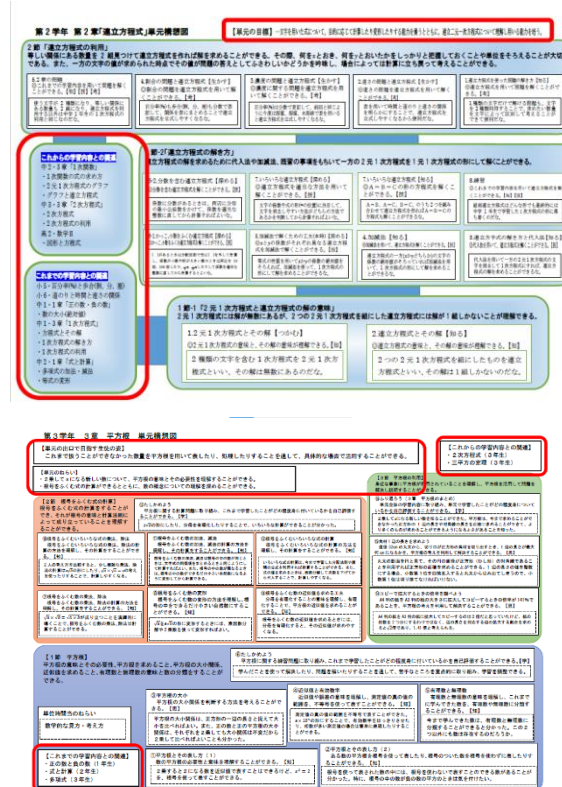
どの学校でも、単元構想図に、

- ・これまでの学習内容との関連
- ・単元の目標（目指す生徒の姿）
- ・これからの学習内容との関連

を明示することにより、系統性を明確にして指導にあたることにした。【図1】

特に、「これまでの学習内容との関連」については、既習内容とのつながりを捉えることで、学習のつまづきに対する指導の手立てを考えることにつ

ながった。また、「これからの学習内容との関連」については、「今日の学習は、3年生の～の単元で、使うからね。」など、生徒にも系統性があることを意識させる声かけにつながった。



【図1 系統性を明確にした単元構想図】

(2) 単位時間の数学的な見方・考え方の明確化
各単位時間については、本時身に付けさせたい数学的な見方・考え方について、生徒目線に立って考えた表現で明示した。【図2】

③平方根の大小

平方根の大小関係を判断する方法を考えることができる。【思】

平方根の大小関係は、正方形の一辺の長さと捉えて大小を比べればよい。また、正の数と正の平方根の大小関係は、それぞれを2乗しても大小関係は不変だから2乗して比べればよいことも分かった。

⑪根号をふくむ数の加法、減法

根号をふくむ数の加法、減法の計算の方法を理解し、その計算をすることができる。【知】

根号をふくむ数の加法、減法は根号の中の数が同じときは、文字式の同類項をまとめたときと同じようにして計算すればよい。また、根号の中の数が異なるときは、根号の中の数ができるだけ小さい自然数になるように変形してから計算できる。

【図2 数学的な見方・考え方の明確化】

本時のねらいだけでなく、本時働かせたい見方・考え方は何かを考え、それに気付いて学習ができたとき、どんな生徒の姿（発言）になればよいのかを明記することで、その姿に迫るための教材や発問の工夫（研究内容2）につなぐことができた。

2 数学的な見方・考え方を働かせるための教材や発問の工夫

単元構想を明確にすることで、1 単位時間の役割も明確にできる。50 分間という限られた時間に、生徒が「なるほど」「できるようになった」と実感するためには、「何に向かって（ねらい）」「どのように（学習過程・発問）」「何をつかって（教材）」が重要であると考えた。

そこで、1 単位時間において使用する教材や発問を、以下の3つに分類して考えた。

- ① 働かせたい数学的な見方・考え方に焦点化する教材や発問
- ② 数学的な見方・考え方に気付かせたり、確かにしたりする教材や発問
- ③ 統合的・発展的に考えていくための教材や発問

①～③の何をねらって教材や発問の工夫をするかを考えて実践し、その成果を明らかにするように研究を進めた。

【A中学校 1年生「正の数・負の数」より】

R4 1年 単元名：正の数、負の数 第23時

本時のねらい

1 週間の貸出冊数の 1 日あたり平均の求め方を考察する活動を通して、基準を定めて基準からの増減を正の数と負の数を用いて表せばよいことに気づき、仮平均を用いた平均の求め方を説明することができる。

本時働かせたい数学的な見方・考え方

ある数量に基準を定め、基準との増減を正の数、負の数で表し、正の数、負の数を活用して効率よく平均を求めること。

① 働かせたい数学的な見方・考え方に焦点化する教材と発問

仮の平均を用いた考え方を扱いたいと思い、下のような問題を使用した。小学校6年生での既習の平均の求め方では計算が面倒であることを実感させることがねらいである。教科書の問題には、150 冊という目標冊数を示すことで仮平均の考えを出しやすくする意図があるが、あえてそれを見せないことで、面倒な計算を導き、課題意識を生み出すよう生徒に投げかけた。

S さんの学校の図書委員会では、読書週間に 1 日あたりの貸し出し冊数を調べました。実際に貸し出した本の冊数は、下の表のようになりました。一日平均何冊貸し出しされているでしょう。

曜日	月	火	水	木	金
冊数(冊)	154	145	146	155	160

予想通り、生徒たちは、既習の求め方で平均を求めた。

平均を求めた後…

T：表を棒グラフに表してみたよ。

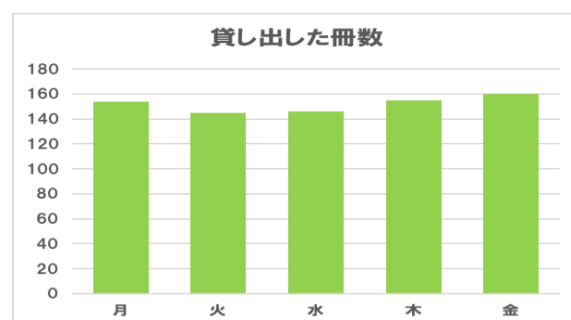
S：長い…。

T：1 長いということは？

S：数が大きい!!

T：数が大きいから大変なんだね。今日は、どうにかして数を小さくして平均を求めよう。

課題：数を小さくして計算する平均の求め方を考え、説明しよう。

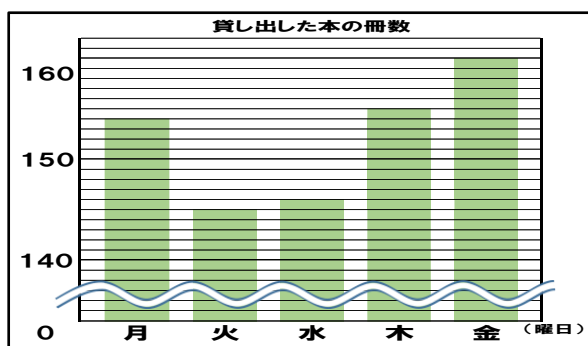


【グラフ1 省略されていない棒グラフ】

上記の省略されていない棒グラフを示し、1のようにグラフが長いということは、数がどのようになっているかを問うことで、数の大きさに着目させ、数を小さくして処理できるように仮平均を使って解決するという本時働かせたい数学的な見方・考え方へ焦点化する課題を設定することができた。

② 数学的な見方・考え方に気付かせたり,確かにしたりする教材と発問

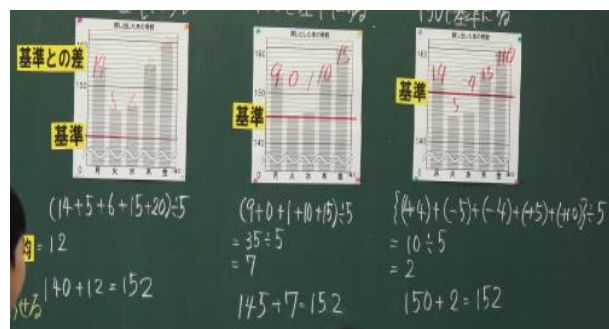
本時の追究では,下のような棒グラフも用いることにした。視覚的に基準を設ければ,数が小さくなることを想起させたり,グラフと関連付けて考えさせたりして,生徒が求めている数値が何なのかを明確にすることがねらいである。



【グラフ1 省略した棒グラフ】

T: これまでに,こんな長いグラフは見たことないね。
 ② こういうとき, どんなグラフだったかな?
 S: なみなみがあった (手を動かしながら…)
 S: 上だけのグラフ
 T: こんなグラフだね。③ このなみなみには, どういう意味があったかな。
 S: そこまでは, 数が同じ!!
 T: そうだね。今日はこのグラフをもとに, どうしたら数が小さくなるか考えてみよう。

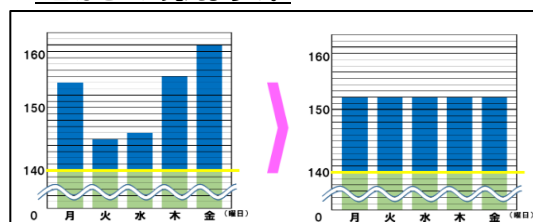
課題化の後,見通しの場面で,②,③のように,棒グラフに立ち返らせ,同じ部分は省略されていたことを想起させ,途中までは数が揃っている (ならされた状態にある) ことを確認し,見通しをもたせることができた。また,グラフが手元にあることで,基準との差が負の数になる場合でも基準を設けることができるという考えをもつことができた。



【全体交流 板書】

全体交流では,それぞれの求め方を交流する。本時は,3通りの考え方が出た。3つの考え方に共通していることを問い,考え方を整理していく方向付けを行った。「基準」「基準との差」「基準との差の平均」という共通な言葉を用いて,思考の流れを整理できるようにした。

T: ④ この基準との差の平均である12は,グラフのどこに表れているのだろう。
 S: 基準から152までの間…
 (他の生徒はよく分からない様子)
 T: 平均とはならずということでしたね。では,これを見て下さい。12はどこに見えますか。



S: ああー。(多くの生徒の反応)
 <<他の基準の場合も確認する>>
 S: だから,最後に基準と合わせる!!
 T: そうですね。基準との差の平均を求めて終わりではなく,最後に基準と合わせることを忘れてはいけません。

思考の流れを整理した後,④のように,基準との差の平均がグラフの「どこに表れているか」を問うことで,生徒が求めた数値が何を表しているのかを明確にすることができた。ならしたグラフを示すことで,視覚的に基準との差の平均の存在をイメージすることができた。また,何を求めているのかが明確になることで,基準と合わせなければいけないことについて,全員が納得することができた。

平均を求める手順が明らかになったところで,求め方を仲間に説明する場では,一人一人が,仮平均の考え方を説明することができた。

③ 統合的・発展的に考えていくための教材と発問
 練習問題では,生徒がイメージしやすいテストの平均点を求める問題に取り組んだ。平均点を正しく求めることではなく,仮平均を設定して解決する考え方を定着させるのがねらいである。そこで,基準を入力すると,基準との差が表示される

EXCEL シートを作成して提示した。生徒が示した基準から、基準との差が瞬時に示されることで、数に着目して、様々な基準の場合の基準との差を比べさせ、基準の決め方を考えさせることに重点を置いた。

基準を定めてみよう!!										基準
教科	国語	数学	理科	社会	英語	技術	家庭科	保健	音楽	
点	75	97	63	85	85	65	70	90	86	
基準との差	+15	+37	+3	+25	+25	+5	+10	+30	+26	
										60

基準を定めてみよう!!										基準
教科	国語	数学	理科	社会	英語	技術	家庭科	保健	音楽	
点	75	97	63	85	85	65	70	90	86	
基準との差	-5	+17	-17	+5	+5	-15	-10	+10	+6	
										80

T: 次の問題…基準をいくつにしようか。
 S: 60!!
 S: めんどくさい…
 T: 80!!
 S: これ計算しやすい。
 T: 5なぜ、この場合は計算しやすいですか。
 S: +17 と -17 は合わせると0になるし、他にも組み合わせると0になって計算しやすい。

生徒の反応を見ながら、生徒がつぶやく基準に合わせ、基準との差を示した。生徒が「計算しやすい」とつぶやいたところで、5のように、「なぜ計算しやすいか」を問い、負の数の有用性を共有することができた。仮平均の考え方を知っても、正の数だけで計算したいと考える生徒は多い。しかし、負の数があることで、合計の数が小さくなり計算しやすいというよさに気づき、基準の数値を工夫して負の数も上手く扱っていかうとする意識が高まった。

【B中学校 2年生「連立方程式」より】

2年 単元名：連立方程式の利用 第12時

本時のねらい

日常生活や、社会の事象における問題解決について問題を整理し、図や表に表すことを通して、等しい関係に気づき、連立方程式を立てて解決することができる。

本時働かせたい数学的な見方・考え方

道のり、速さ、時間の数量関係を表を用いて整理することの有用性を感じ、連立方程式を利用

して問題を解決すること

③ 統合的・発展的に考えていくための教材と発問

問題 ゆうとさんが登る予定の白雲橋コースは、神社から山頂まで2800mの道のりです。最初は分速25mで歩いてたけれど、途中から上り坂が急になったので、分速16mで歩きました。頂上に着くまでに2時間10分かかりました。

速さ・時間・道のりの関係を扱った問題である。通常は問題文の中に、求めたい数量が示されているが、本時は、上記のような内容のみを示し、問題文から分かる数量を明らかにした上で、何が求められそうかを考えることにした。それにより、何を文字で表すかを自分で決め、解決させることがねらいである。

分かっている数量を確認した後…

T: このことからどんな数量が求められそうかな。

S: 時間。

T: どの時間かな?

S: 「神社から途中まで」と「途中から山頂まで」。

S: 他に、道のりも求められそう。

T: 今回は求められる数量が2つありそうだね。

課題：図や表で明らかにした数量関係をもとにして連立方程式をつくり、解決しよう。

本時は、求められる数量が2つあることから2通りの方法で解く流れになり、時間と距離をそれぞれ求める。全体交流後に2通りの解き方の相違点や共通点に着目させることがねらいである。

T: 今日分かったことは何ですか。

S: 置く文字は違うけれど、最終的に求めたい数量を求めることができる。

S: どちらも連立方程式を使って考える

S: 距離を文字に置いた方が簡単に解ける

T: それってどういうことかな

S: 分数がなく、整数だから簡単

＜分かったこと＞
 ・速さも文字で置いて、時間と文字で置いて、それぞれ別の区間の速さと時間の両方求めることができる。

＜分かったこと＞
 ・速さも文字で置くけど、分数に悩むので時間と文字で置く方が楽だ

【生徒の振り返り】

生徒の振り返りからも2つの解法を統合的に考える姿につながった。また、連立方程式の計算に苦手意識を持っている生徒は、分数をふくむ立式で

はなく、係数が整数となる方法が自分にあっていることに気づき、自分に合った方法を選ぼうとする姿も見られた。

【C中学校 3年生「平方根」より】

R4 3年 単元名：平方根 第15時

本時のねらい

直径32cmの丸太から、切り口が正方形の角材を切り出すとき、1辺の長さが最大何cmになるかを、平方根の考えを利用して解決することができる。

本時働かせたい数学的な見方・考え方

既に学習した計算方法と関連付けながら、数の平方根を具体的な場面で活用する。

② 数学的な見方・考え方に気付かせたり、確かにしたりする教材と発問

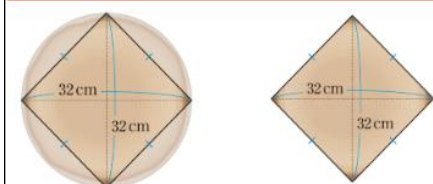
本時は、この単元で学習した平方根の考えを、具体的な場面で活用する時間である。そこで、仲間がどのように解決しているかを比較検討しながら考えづくりができるように、SKYMENU Cloud を用いて授業を展開した。もちろん、ノートに考えが書き込めるよう、従来のプリントでも問題とヒントカードを配付している。

問題①

直径32cmの丸太から、切り口が正方形の角材を切り出す。
正方形の1辺ができるだけ長くなるようにするとき、
1辺の長さは何cmになるかを考えよう。
ただし、丸太の断面を円とみなすことにする。



ヒント：切り出した正方形を他の図形とみなしてみると…



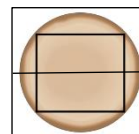
問題②

正方形の1辺の長さの値を整數にする場合、
最大で何cmにすることができますか。
 $\sqrt{2} = 1.414$ として求めなさい。

【SKYMENU Cloud で配付した教材】

ヒントカードは、問題解決に向かう中で、生徒達が自由に活用できるようにし、平方根を用いて解決できるような図形の見方に気付かせたり、確かにしたりすることを目的とした。

初めは、右図のように正方形をかけた後、丸太の直径がどう使えるか悩んでいた生徒が多くいたが、ヒントカードにより、図形の見方を正方形からひし形に変えることで、角材の1辺を求められる生徒が増えた。



全体交流では、提出した発表ノートを示しながら考えを比較検討する場を設けた。

T：現在、Aさんはこのような考えで問題解決しようとしています。Aさんの考えについてどう思いますか。

ヒント：切り出した正方形を ひし形 とみなしてみると…



ひし形の面積＝対角線×対角線÷2
 $32 \times 32 \div 2 = 512 (\text{cm}^2)$

正方形の1辺の長さ
 $\sqrt{512} = 16\sqrt{2}$

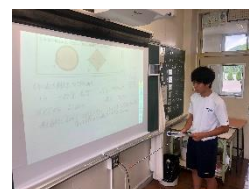
B：私もAさんと同じように考えました。切り出した角材は正方形だから、その図形をひし形と考えることで切り出した角材の面積を求めることができるからです。

T：Cさんはどうですか。

C：Aさんの考えを見たときはよく分からなかったけど、Bさんの話で理解できました。



【交流の様子】



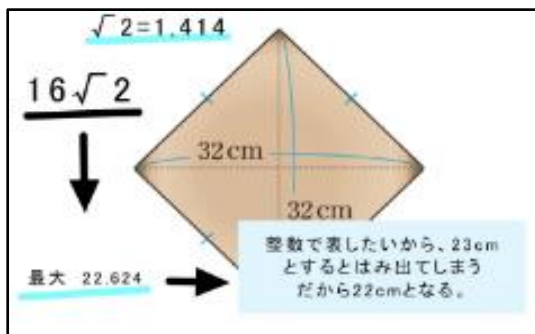
【発表の様子】

続いて、問題②について、仲間の考えを比較検討する中で、整数値の出し方について交流した。

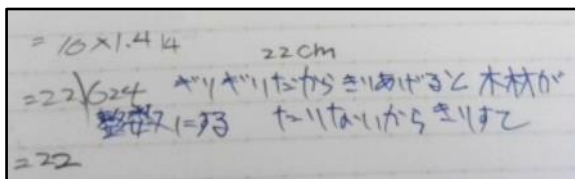
T：みんなの考えをみると、22cmと23cmの2つの答えがあるようだけれど、自分の考えを説明してください。

D： $16\sqrt{2}$ は、 $\sqrt{2} = 1.414$ で計算すると22.624だから、四捨五入すると23cmです。

E: 僕も初めはそう思ったけれど、丸太から切り出すのだから、切り上げたら23cmも切り出せない。だから、この問題は、切り捨てて22cmです。



【整数値の出し方について説明した発表ノート】



【仲間の考えを聞いて、修正したノート】

このように、実生活で考える際の答えの吟味の大切さに気付くことができた。また、本時は、SKYMENU Cloud を用いて仲間の考えを自由に比較検討できるようにしたため、教師が問う前に「なぜ、答えが違うのだろう。根拠は何だろう。」と自ら考える生徒の姿が多くあった。根拠をはっきりさせたいという必然性が生まれ、説明に納得できた時の満足感も大きいように感じた。

5. まとめ

令和4年度の中学3年生対象に、「数と式」領域の単元の学習が終わった後、全国学力学習状況調査の同様の問題を扱った。

令和3年度的美濃加茂市の3年生の正答率に比べ6.8ポイント高い数値を示した。少しの上昇ではあるが、少しずつ「数と式」領域の「数学的な見方・考え方」を大切にしたい指導の成果が出ているのではないかと考える。

以下が本実践の成果と課題である。

○数学的な見方・考え方を明確にした単元構想をつくることで、生徒に身に付けさせたい力を明

確にし、大切な数学的な見方・考え方は何か、またそれを働かせるために身に付けたい知識・技能は何かを明らかにして指導にあたることができた。

○働かせたい数学的な見方・考え方につながる教材や発問を用意することで、既習内容とつなげる姿やよりよい考え方を見つけようと深い学びに向かう姿が増えた。

○多様な考え方に触れられるように、少人数学習や全体交流を意図的に設けることで、新しい数学的な見方・考え方に気付かせ、自分の考えを再構築し、確かにすることができた。

○数学的な見方・考え方を確かめるために自分の考えを言語化する活動を毎時間位置付けた。それにより、自分の考えを相手に伝えたり、相手の考えを聞いたりする中で、共通点や相違点を意識しながら話す・聞く姿が高まった。

●数学的な見方・考え方を働かせた授業の在り方をさらに追究していきたい。生徒が数学的な見方・考え方をすることのよさを実感できる授業を実践していきたい。

●教科書の教材のみでなく、全国学力学習状況調査の問題を参考にするなど、数学的な見方・考え方を働かせ、深い学びができるためには、どのような教材でどのような授業過程を仕組むといいか、大胆な授業の工夫改善が必要である。

●小集団追究が単なる教え合いで完結しないようにしたい。小集団追究を行う意図を生徒と共有し、目的意識をもった交流を仕組むことで、主体的に追究する姿も高めていきたい。

〈参考文献〉

文部科学省「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編」